SPH 法を用いた流体力解析スキームの開発

山本　浩輝[†]　　平山　基[‡]

†阿南工業高等専門学校 〒774-0017 徳島県阿南市見能林町青木 265

E-mail: †1124382@st.anan-nct.ac.jp ‡hmotoi@anan-nct.ac.jp

あらまし 粒子法の一種である SPH 法とメタボール法を用いて流体および物体の共存領域における数値シミュレーションの枠組みを開発した．水中のウミヘビモデルにおけるミュレーションを行い，ウミヘビの動きを再現し，単振動による動作のみで推進力を得ていることを確認した．

キーワード メタボール法, SPH 法, 流体力学, 運動方程式,

Development of Analysis of Hydrodynamic Force using SPH method

Kohki YAMAMOTO[†] and Motoi HIRAYAMA[‡]

†National Institute of Technology, Anan College

265 Minobayashi, Anan, Tokushima, 774-0017, Japan

E-mail: †1124382@st.anan-nct.ac.jp ‡hmotoi@anan-nct.ac.jp

Abstract We have developed a framework of numerical simulations of co-existed system of fluid and objects, using smoothed particle hydrodynamics method (SPH) and meta ball modeling. Applying this simulation for a sea snake in fluid, we have succeeded in simulations of the sea snake modeled by meta-balls. We confirmed that the objects with simple harmonic motion obtained a driving force from fluid.

Keywords Metaball method, Smoothed particle hydrodynamics, Hydromechanics, Equation of motion

1. はじめに

近年,人工知能とロボット工学の融合により社会の中にロボットが溶け込み，我々の生活の中でも多くの仕事を担うようになっている．中でも災害救助や医療・福祉などの分野においてはさらなる技術革新が必要となっている．現在，様々な形状のロボットが開発されており，水中探査に焦点を当てると「ウミヘビ」をモデルとしたロボットが採用されている[1]．ウミヘビの形状や動きは，自律的に行動する最もシンプルな形状であり，形状の再現が容易であるからである．

図 1　水中を泳ぐウミヘビロボット[1]

またウミヘビと類似の形状をもつロボットは医療現場でも活躍する．患者の体内に治療用の薬物を運ぶナノロボットの研究も進んでいる[2]．ウミヘビの推進動作はスクリューやノズル噴射を用いないため，体組織への損傷を与える可能性は非常に小さい．このモデルを応用することで，患者の血液を進み直接患部に薬を運ぶことが可能である．

これらのロボットを実現するには水中のウミヘビ周りの状況，特にモデルと流体との界面の情報を把握することが重要であり，数値シミュレーションにより圧力分布や推進力などの流体力を解析する必要がある．本研究では、ウミヘビモデルと周囲の流体との界面でのダイナミクスを明らかにすることを目的とする．

2. 計算方法

2.2 SPH 法とモデル化

大きな流体などを小さな粒子の集まりとしてとらえた連続体を数値的に解析するための手法である粒子法の中でも，複雑形状の記述が容易な SPH 法を採用した．SPH 法は 1997 年に宇宙物理学のため Lucy が開発した粒子法を Gingold と Monaghan によって改良，提案された手法である[3-4]．近年では流体や熱などの物理現象に広く応用されている．SPH 法の特徴として，任意の物理量 ϕ はカーネル関数wの重ね合わせで表現する．

$$\varphi(R)=\int\varphi(r)w(R-r)dr$$

ここで，用いるカーネル関数wは，

$$w(r,h)=\frac{1}{\pi h^3}\begin{cases}1-\frac{3}{2}v^2+\frac{3}{4}v^3 & (0\le v<1)\\ \frac{1}{4}(2-v)^2 & (1\le v<2)\\ 0 & (2<v)\end{cases}$$

と表すことができる．ここで，$v=\frac{r}{h}$である．これにより，任意の点r_iでの密度 ρ は，

$$\rho(r_i,\mathrm{t})=\sum_{j=1}^{N}m(r_j,t)w(|r_i-r_j|,\sigma)$$

であり，圧力 P を経験的に

$$P_i=P_0\left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_0}\right)^{\gamma}-1\right]$$

とすることで，流体力を記述する．ここでP_0は規格化因子，ρ_0は基準となる密度である．

力学系の運動方程式を解くためには力の計算が必要であり，カーネル関数の導入により粒子及びメタボールにはたらく力を以下のように求める．

$$\mathrm{F}(r_i,\mathrm{t})=-\sum_{j=1}^{N}\left\{\frac{P(r_j,t)}{\rho(r_j)^2}+\frac{P(r_i,t)}{\rho(r_i)^2}\right\}m(r_i,t)m(r_j,t)$$
$$\times\nabla w(|r_j-r_i|,\sigma)$$

∇wはカーネル関数の勾配を表しており，SPH 法における物理量の勾配をカーネル関数wの勾配で表現することができる．流体のモデル化イメージを図 2 に示す．

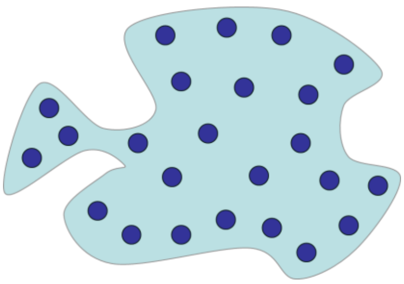

図 2 SPH 法における流体表現の例

2.1 ウミヘビのモデル化

メタボール(Metaball)はコンピュータグラフィックス技術の一つであり，大きな物体を多数の小さな球体(メタボール)の集まりで表現する手法である．物体の大きさをメタボールの半径によって定め，中心からの密度分布によって形状を再現した有機的オブジェクトである．メタボールをレタリングするための技術は，ジム・ブリンが 1980 年代初期に発明したとされている．独立に大阪大学の大村皓一らによってこの技術は開発がなされ，大阪大のグループがメタボールと名前を称した． もともとは CG ゲームなどのグラフィックス技術として広く用いられてきた．本研究ではウミヘビの形状をメタボールで記述し，メタボール間の相互作用として弾性力を設定した．図 3 はモデル化のイメージ図である．

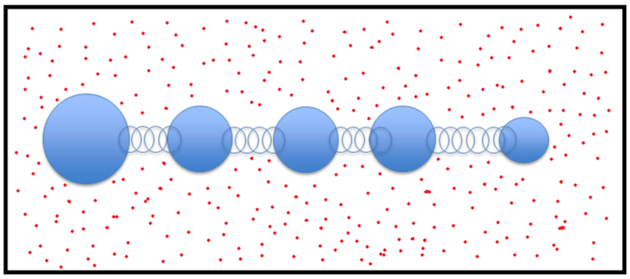

図 3 ウミヘビモデル図

また，メタボール法と SPH 法の親和性を考慮し，メタボールも有限の大きさをもつカーネル関数の重ね合わせで記述した．図 4 は，メタボール状の剛体を構成するために，2 つの 粒子の表面近傍にカーネル関数を割り当て，その物理量の空間的な広がりを模式的に表している．

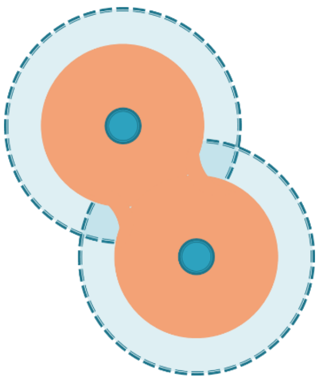

図 4 SPH 法におけるメタボールモデリング

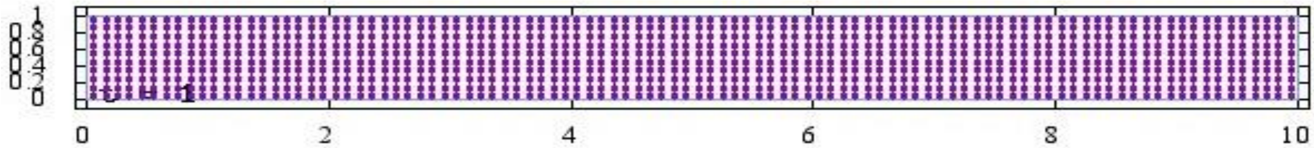

図 5　流体のみのモデル

図 6　メタボールのモデル

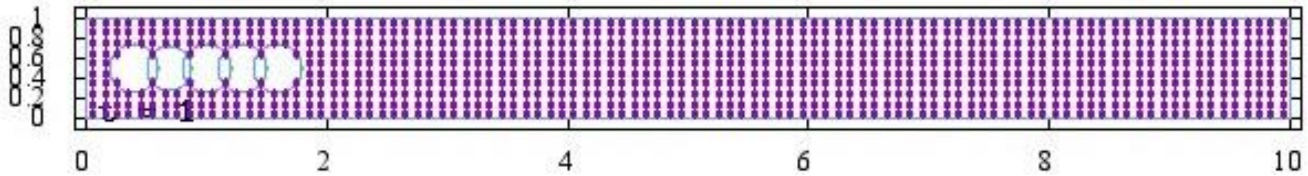

図 7　流体とメタボールのモデル

2.3 時間進展アルゴリズム

粒子，メタボールの運動方程式を数値的に解くアルゴリズムとして，速度ベレ法を用いた．位置$x(t+\mathit{\Delta} t)$をテーラー展開し，

$$x(t+\mathit{\Delta} t)=x(t)+\frac{1}{1!}x^{(1)}(xt)\mathit{\Delta} t+\frac{1}{2!}x^{(2)}(t)\mathit{\Delta} t^2+\cdots$$

$$+\frac{1}{n!}x^{(n)}(t)\mathit{\Delta} t^n$$

となる．物理量との関係からテーラー展開の 2 次の項までを取り扱うと，

$$x(t+\mathit{\Delta}\mathrm{t})=x\,(t)+\frac{dx(t)}{dt}\mathit{\Delta} t+\frac{1}{2}\frac{d^2x(t)}{dt^2}\mathit{\Delta} t^2+O(t^3)$$

となり，第 2 項は速度項，第 3 項は加速度項である．

$$x(t+\mathit{\Delta} t)=x\,(t)+v(t)\mathit{\Delta} t+\frac{1}{2m}\sum_i F(t)\,\mathit{\Delta} t^2$$

この式により位置の時間進展を行う．また速度の更新は以下の式を用いる．

$$v(t+\mathit{\Delta} t)=v(t)+\frac{1}{2m}F(t)\mathit{\Delta} t+\frac{1}{2m}F(t+\mathit{\Delta} t)\mathit{\Delta} t$$

これにより，流体力を求めることで運動方程式の時間進展を数値的に解ける．

3. 結果と考察

流体のみのモデルを図 5 に示す．縦横比 1:10 のフィールド内に粒子を 1000 個配置した．粒子はフィールド内に等間隔に設置し，間隔を 0.1 とした．フィールド外に出た粒子は速さの向きを反転させてフィールド内に戻している（境界条件）．時間進展させると粒子間には等方的な力がはたらくため，フィールド壁の近傍の粒子から広がっていった．この結果から圧縮性流体をよく記述できていることが確認できた．

メタボールのモデルを図 6 に示す．メタボールの半径は全て 0.2 とし，粒子との質量比を 1:1000 として，フィールド内に 5 個並べた．メタボールがフィール外に出たときは粒子と同じように速さの向きを反転させてフィールド内に戻すようにした（境界条件）．

ウミヘビの動きは，メタボールに縦方向の外力を与えることで再現し，それぞれのメタボールに位相遅れを含んだ単振動の力Fを加えた．

$$F_i=-Am\omega^2\sin(\omega t+\theta_i)$$

ここで、$\omega=2\pi f$は角振動数，θは位相因子で隣り合うメタボールについての位相遅れを表し，$\theta=\frac{\pi}{6}$とした．

メタボールの動きはそれぞれ縦方向に単振動し，ウミヘビモデルの動きを再現した．また，横方向の初速度および力ははたらいていないため，時間進展させ

ても横方向には運動しないことを確認した．

メタボールと粒子の共存状態についてもシミュレーションを行った．図 7 にメタボールと粒子のモデル図を示す．充填された粒子の影響でメタボールの動きが制限されたが，粒子との相互作用によりウミヘビモデルは推進力を得た．この結果より単純なモデルで推進力を得られることが明らかになった．

4. まとめと今後の課題

メタボール法と SPH 法を用いた固体･液体の共存状態のシミュレーション技法を開発した．検証の結果，SPH 法による液体の記述は非圧縮性流体をよく再現し，メタボールとの相互作用も記述することができた．メタボールによるモデル化をウミヘビモデルに適用し，単振動のみの動作により，振動方向と垂直に推進力を得ることが明らかとなった．

メタボールおよび粒子は SPH 的描像により同一の枠組みで取り扱うことが可能となったが，フィールドの境界は境界条件の適用を免れておらず，SPH 的な取り扱いが必要である．今後は，効率的に推進力を得るための動作およびメタボール形状について最適化を行い，１次元ヒモ形状の物体が効率的に動くことができる条件を導出する．また，魚などの３次元の対象についてもメタボール法によるモデル化を行い，実在の動きと比較することで，流体中の物体の運動について，検証と行う．

文　献

[1] 北澤啓一，“ロボット今昔ものづくり，” Science Window，2008 年 10 月号/第 2 巻 p.7，(2008).

[2] Pierre E. Dupont,Pierre E. Dupont, and Christos Bergeles, Magnetically Actuated Multiscale Medical Robots,IROS 2012 FULL-DAY WORKSHOP,pp.8-22, (2012)

[3] J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, Annu. Rev. Astron. Astrophys. 30, pp.543-74 (1992)

[4] 玄田 英典，”SPH 法による衝突数値計算”,日本惑星科学会誌, vol.24,no.3, pp.192, 2015 年